

# 添削問題の準備（理工学部 3回目）

摂南大学理工学部

添削問題の準備には基本事項と例題が用意されています。添削問題に取り組む前に基本事項を確認し、例題に取り組んでください。途中であきらめないで、がんばってください。

## 基本事項

運動方程式を解くとき、加速度が一定(力が一定)でなく、等加速度直線運動にも等速直線運動にも分類できない運動がある。今回はこれらの運動のうち、等速円運動と単振動について学ぶ。

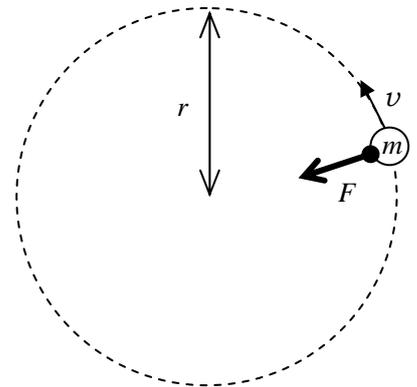
### ① 等速円運動

力が常に動く方向と垂直に同じ大きさで働くと、運動の軌跡は円を描く。この場合、円運動をする物体の速さは一定なのでこの運動を等速円運動という。等速円運動をさせる力を向心力(中心を向いている力の意味)という。

右図のように、速さ  $v$  [m/s] で半径  $r$  [m] の等速円運動している質量  $m$  [kg] の物体がある。この時向心力  $F$  [N] は

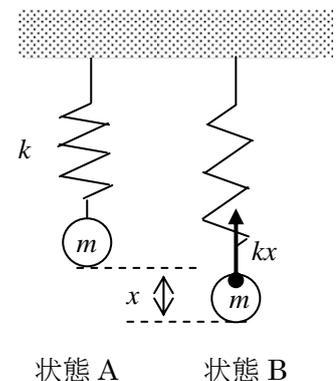
$$F = m \frac{v^2}{r} \quad (1)$$

となる。



### ② ばねの単振動

図のように天井からばね定数  $k$  [N/m] のばねで質量  $m$  [kg] の物体がつるされて静止している(状態 A)。この状態から  $x$  [m] だけ伸ばすとばねは元に戻ろうとして縮む方向に  $kx$  [N] の力が働く(状態 B)。ここで手をはなすと物体は状態 A を中心に振幅  $x$  [m] で振動する。この運動を単振動という。この振動の周期  $T$  [s] は

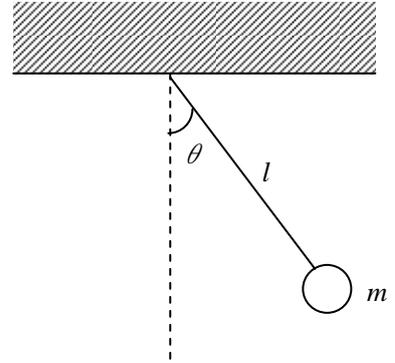


$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \quad (2)$$

となる。

③ 単振り子

図のように天井から長さ  $l$  [m] の丈夫な糸でつるされた質量  $m$  [kg] の物体を糸がたるまないように、鉛直から微小な角度  $\theta$  まで持ち上げて静かにはなすと、物体は最下点を中心に振動する。このような振り子を単振り子といい、この運動も単振動である。この運動の周期  $T$  [s] は重力加速度を  $g$  [m/s<sup>2</sup>] として、



$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \quad (3)$$

となる。

〔例題 1〕 等速円運動

月は地球の周りを周期 27.3 日（約  $2.4 \times 10^6$  秒）で等速円運動している。この等速円運動の半径は  $3.8 \times 10^8$  m, 月の質量は  $7.3 \times 10^{22}$  kg である。月の公転速度  $v$  [m/s] と向心力  $F$  [N] の大きさを求めよ。

(解説と解答)

問題から、周期  $T = 2.4 \times 10^6$  s, 半径  $r = 3.8 \times 10^8$  m, 質量  $m = 7.3 \times 10^{22}$  kg が読み取れる。

ここで周期は同じ位置に戻ってくるまでの時間であることを考えると  $T = \frac{2\pi r}{v}$  と

書け、この式を用いて速度  $v$  [m/s] は

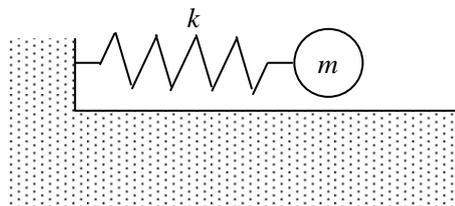
$$v = \frac{2\pi r}{T} = \frac{2 \times 3.14 \times 3.8 \times 10^8}{2.4 \times 10^6} = 1.0 \times 10^3 \text{ m/s} \quad \text{となる。}$$

また、向心力  $F$  [N] は

$$F = m \frac{v^2}{r} = 7.3 \times 10^{22} \times \frac{(1.0 \times 10^3)^2}{3.8 \times 10^8} = 1.9 \times 10^{20} \text{ N} \quad \text{となる。}$$

〔例題 2〕ばねの単振動

図のようなまっすぐな床面に左端を固定されたばね定数  $k$  [N/m] のばねがある。この右端に質量  $m$  [kg] の物体をつけ、物体を  $A$  [m] だけ動かし、静かに手をはなしたところ、物体は単振動を始めた。



ばねの伸び(または縮み)を  $x$  [m] としたときばねの位置エネルギーが  $\frac{1}{2}kx^2$  であらわせることを用いて、この単振動の周期  $T$  [s] と振動の中心での速度  $v$  [m/s] を求めよ。

(解説と解答)

周期  $T$  [s] は式 (2) から

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \quad \text{となる。}$$

一方、振動の中心での速度  $v$  [m/s] は物体から手をはなしたところと振動の中心でのエネルギー保存から求める。物体から手をはなした点でのばねの伸びは  $A$  [m] なので、

ばねの位置エネルギーは  $\frac{1}{2}kA^2$  で、この時速度は 0 なので運動エネルギーは 0 である。

振動の中心はばねに伸びがないところなので、ばねの位置エネルギーは 0 で、運動エネルギーは  $\frac{1}{2}mv^2$  である。よってエネルギー保存則から

$$\frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}mv^2$$

となり、これを解いて

$$v = A\sqrt{\frac{k}{m}} \quad \text{となる。}$$