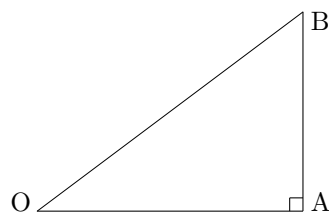


4 三角比

三角比の定義

$\angle A = 90^\circ$, $\angle O = \theta$ ($0 < \theta < 90^\circ$)

の直角三角形 $\triangle OAB$ について



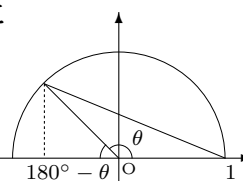
$$\cos \theta = \frac{OA}{OB}, \quad \sin \theta = \frac{AB}{OB}, \quad \tan \theta = \frac{AB}{OA}$$

と定義します.

鈍角の三角比 $90^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ の場合は, 右図のように

頂点が y 軸の左にくると考えて

$$\cos \theta = -\cos(180^\circ - \theta), \quad \sin \theta = \sin(180^\circ - \theta)$$



とします. 例えば

θ	0°	30°	45°	60°	90°	120°	135°	150°	180°
$\sin \theta$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0
$\cos \theta$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{\sqrt{2}}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1
$\tan \theta$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$		$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	0

注意. $\tan 90^\circ$ は定義されない

三角比の相互関係

$$\cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1, \quad \tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$$

例題 $0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$, $\tan \theta = p$ のとき $\cos \theta$, $\sin \theta$ を p で表わしなさい.

(解) $\frac{\sin \theta}{\cos \theta} = p$ から $\sin \theta = p \cos \theta$. これを $\cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1$ に代入して

$$(1 + p^2) \cos^2 \theta = 1, \quad \cos^2 \theta = \frac{1}{1 + p^2}.$$

平方根をとって $\cos \theta = \pm \frac{1}{\sqrt{1 + p^2}}$ をえるが, $0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$ より $\cos \theta \geq 0$ なので

$$\cos \theta = \frac{1}{\sqrt{1 + p^2}}. \quad \sin \theta = p \cos \theta \text{ にこれを代入して } \sin \theta = \frac{p}{\sqrt{1 + p^2}}.$$